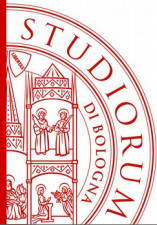


Matematica parlata, matematica ascoltata e matematica scritta

Accademia della Crusca, 18 febbraio 2015



Interazione tra i docenti di Italiano e quelli di matematica

Quale ritorno
per l'insegnante di italiano?

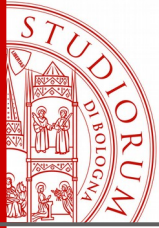
Quale ritorno
per l'insegnante di matematica?

LA FAMOSA RETTA

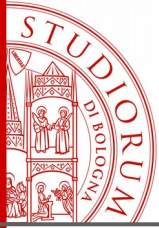


PASSANTE PER UN PIANO

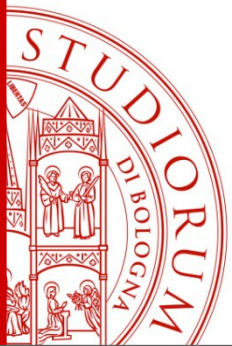
Quanto misura il lato maggiore di un triangolo,
se gli altri lati misurano 3 cm e 4cm,
sapendo che il triangolo è rettangolo?



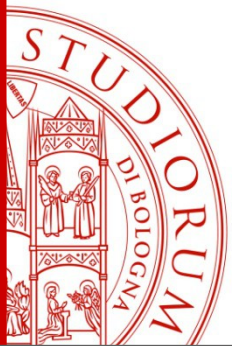
In una fattoria ci sono 4 pecore e 6 galline.
Quante zampe ci sono in tutto?



In un parcheggio ci sono 4 automobili e 6 biciclette.
Quante ruote ci sono in tutto?

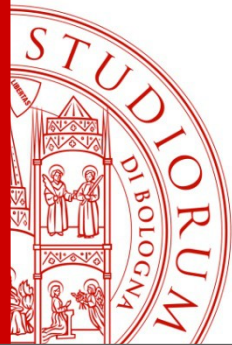


La componente comunicativa
dell'apprendimento in matematica
è considerata,
in molti quadri teorici di riferimento,
una delle componenti cruciali
della competenza matematica.



PROCESSI COINVOLTI

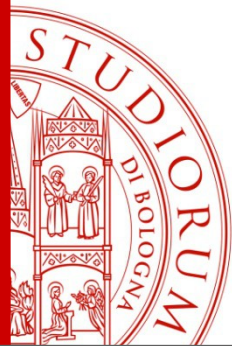
- ***Decodifica***
- ***Interpretazione***
- ***Riconoscimento***
- ***Sintetizzazione***
- ***Presentazione***
- ***Spiegazione***
- ***Giustificazione***
- ***Simbolizzazione***
- ***Formalizzazione***



FRAMEWORK OCSE-Pisa 2012



- Tre momenti fondamentali dell'attività di risoluzione di un problema (*mathematical processes*):
- il momento della formulazione (*formulating*)
- quello dell'utilizzo della matematica (*employing*)
- quello dell'interpretazione (*interpreting*).



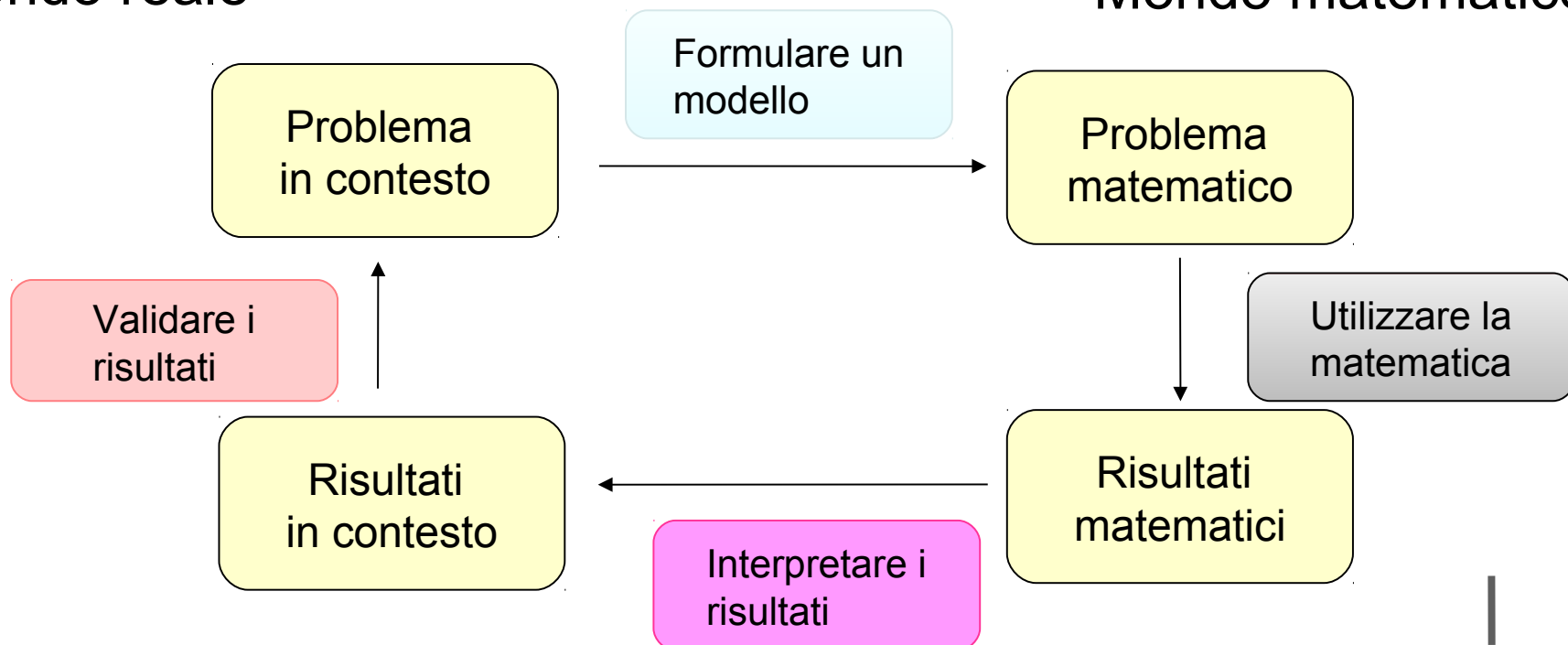
FRAMEWORK OCSE-Pisa 2012



Ciclo della matematizzazione

Mondo reale

Mondo matematico



Le *capabilities* del QdR OCSE-Pisa

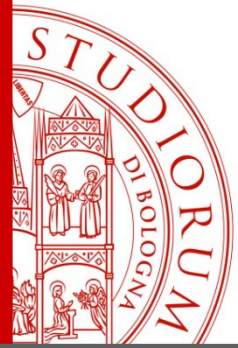
	<i>Formulating situations mathematically</i>	<i>Employing mathematical concepts, facts, procedures, and reasoning</i>	<i>Interpreting, applying, and evaluating mathematical outcomes</i>
Communicating	Read, decode, and make sense of statements, questions, tasks, objects, images, or animations (in computer-based assessment) in order to form a mental model of the situation	Articulate a solution, show the work involved in reaching a solution and/or summarize and present intermediate mathematical results	Construct and communicate explanations and arguments in the context of the problem
Mathematising	Identify the underlying mathematical variables and structures in the real world problem, and make assumptions so that they can be used	Conceptualize the problem mathematically or interpret the solution within the context of the original problem (may be needed in problems whose major emphasis is on <i>employing</i>)	Understand the extent and limits of a mathematical solution that are a consequence of the mathematical model employed.

	<p>Dare una rappresentazione di una situazione utilizzando la matematica <i>(formulate)</i></p>	<p>Impiegare concetti, fatti, procedure e ragionamenti matematici <i>(employ)</i></p>	<p>Interpretare, applicare e valutare risultati matematici <i>(interpret)</i></p>
<p>Ragionamento e argomentazione</p>	<p>Spiegare, sostenere, o fornire una giustificazione della rappresentazione individuata o ideata di una situazione del mondo reale</p>	<p>Spiegare, sostenere, o fornire una giustificazione per i processi e le procedure utilizzate per determinare un risultato o una soluzione matematica. Collegare pezzi di informazioni per arrivare ad una soluzione matematica,</p>	<p>Riflettere sulle soluzioni matematiche e fornire spiegazioni e argomenti che sostengano, confutino, o validino una soluzione matematica ad un</p>



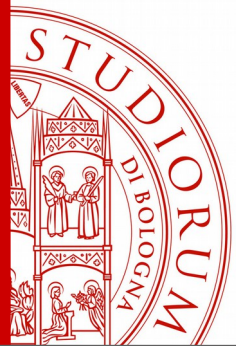
Le Indicazioni Nazionali per il Primo ciclo di Istruzione

La costruzione del pensiero matematico è un processo lungo e progressivo nel quale concetti, abilità, competenze e atteggiamenti vengono ritrovati, intrecciati, consolidati e sviluppati a più riprese; è un processo che comporta anche difficoltà linguistiche e che richiede un'acquisizione graduale del linguaggio matematico.



Competenze logiche e argomentative in matematica

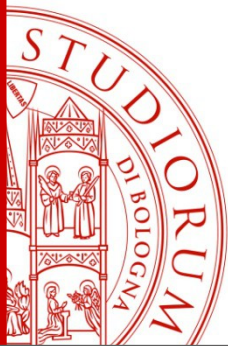
- è opinione largamente diffusa che molte difficoltà in matematica (e simmetricamente molti aspetti di riuscita nell'apprendimento della matematica) dipendano da aspetti trasversali di competenza, e anzi possano essere in qualche modo collegabili (e forse correlabili) ad aspetti specifici della competenza linguistica.



Non capisce il testo...

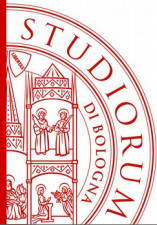
Ma prova a leggere per bene!

Non si sa esprimere!



Gli aspetti testuali e linguistici
sono quelli in cui più frequentemente
si instaurano dinamiche riconducibili al
contratto didattico in matematica

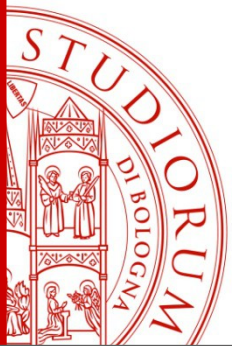




Puisque tu fais de la géométrie et de la trigonométrie,
je vais te donner un problème :

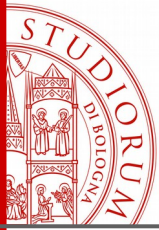
Un navire est en mer, il est parti de Boston chargé de coton,
il jauge 200 tonneaux. Il fait voile vers le Havre, le grand mât est cassé,
il y a un mousse sur le gaillard d'avant, les passagers sont au nombre de douze,
le vent souffle N.-E.-E., l'horloge marque 3 heures un quart d'après-midi,
on est au mois de mai...

On demande l'âge du capitaine



CONTRATTO DIDATTICO

«In una situazione d'insegnamento, preparata e realizzata da un insegnante, l'allievo ha generalmente come compito di risolvere un problema (matematico) che gli è presentato, ma l'accesso a questo compito si fa attraverso un'interpretazione delle domande poste, delle informazioni fornite, degli obblighi imposti che sono costanti del modo di insegnare del maestro. Queste abitudini (specifiche) del maestro attese dall'allievo ed i comportamenti dell'allievo attesi dal docente costituiscono il contratto didattico»
(Brousseau, 1987)



Problema 1.

Si dimostri che il triangolo CPM è isoscele, dove M è il punto sulla mediana AP relativa all'ipotenusa BC del triangolo rettangolo ABC , in cui l'angolo in C misura 30° , tale che $AP=PM$.

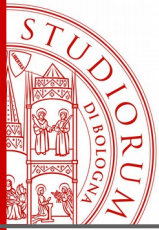
Un testo con questa struttura logica, questo impianto testuale e questo utilizzo del lessico è interpretabile solo all'interno di un sistema di convenzioni e abitudini

È coerente con il linguaggio scientifico
specifico?

È univoco?

È funzionale all'apprendimento?

Quanto dipende dall'insegnante, dai
materiali, dalla tradizione?



In definitiva:
È utile?
È necessario?

Una (apparente) digressione: il “burocratese”

M. Viale, *Aspetti linguistici....*

Coloro che
esportano
indebitamente la
merce esposta
compiono un
reato perseguibile
a termine di legge

M. Viale, *Aspetti linguistici...*



La mancata
regolarizzazione
alle casse
costituisce reato
ed è
perseguibile a
norma di legge

M. Viale, *Aspetti linguistici....*



Thieves will be prosecuted



M. Viale, *Aspetti linguistici....*

La riscossione del
pedaggio viene
effettuata dal lato
in cui opera
l'esattore

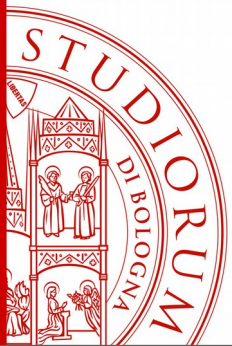
M. Viale, *Aspetti linguistici....*



Pay here

M. Viale, *Aspetti linguistici....*





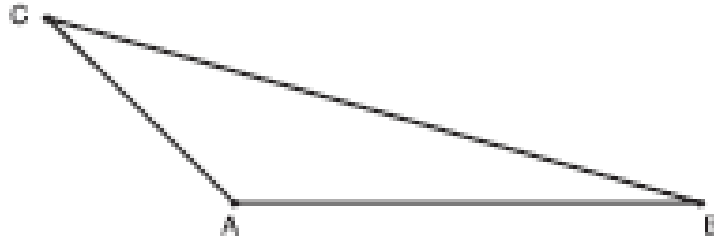
Stereotipi nei testi, Stereotipi nelle soluzioni



Dal libro di testo

1. Un triangolo isoscele ha il lato obliquo che misura 13 cm e il perimetro di 36 cm. Calcola la misura dell'altezza relativa alla base e l'area del triangolo.
2. Un triangolo isoscele ha la base di 12 cm e i lati obliqui di 10 cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.
3. Calcola l'area e il perimetro di un triangolo isoscele la cui base misura 12 cm e l'altezza 8 cm.
4. Calcola l'area di un triangolo isoscele che ha il perimetro di 32 cm e il lato obliquo di 12,5 cm.
5. Calcolate l'area di un triangolo isoscele che ha il perimetro lungo 112 cm ed è uguale agli $\frac{8}{3}$ della base.
6. Calcolate l'area e il perimetro di un triangolo isoscele che ha la base lunga 80 cm e l'altezza pari ai $\frac{15}{16}$ della base.
7. Un triangolo isoscele ha la base di 6 cm e l'altezza è i $\frac{2}{3}$ della base. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.
8. Calcola l'area ed il perimetro di un triangolo isoscele che ha la base e l'altezza lunghe rispettivamente 12 dm e 3,2 dm.

D6. Osserva il disegno.



Calcola l'area del triangolo prendendo con un righello le misure necessarie.

a. Risposta:cm²

b. Scrivi i calcoli che hai fatto per arrivare alla risposta.

.....
.....
.....

Spiega cosa significa che due frazioni sono equivalenti.

numero 3

Due frazioni sono equivalenti se moltiplicando o dividendo o moltiplicando o dividendo per uno stesso numero:

$$\frac{6}{2} = \frac{18}{6} \quad \frac{4}{8} = \frac{36}{72}$$

Due frazioni sono equivalenti se hanno una stessa base cioè se si moltiplica o si divide per uno stesso numero e due frazioni ~~sono~~ ^{restano} equivalenti.

3) Due frazioni si dicono equivalenti se sia il denominatore che il numeratore, sono stati moltiplicati o divisi per uno stesso numero.

Nell'insieme \neq non ci sono frazioni equivalenti. ES: $\frac{36}{9}$ $\xrightarrow{\cdot 2}$ $\frac{72}{18}$
 $\frac{36}{9}$ $\xrightarrow{\cdot 2}$ $\frac{72}{18}$

ES 3
Due frazioni sono equivalenti se ridotte ai minimi termini sono uguali.

3) Due frazioni sono equivalenti quando partendo da una frazione si moltiplica ^{o più} per uno stesso numero sia numeratore che denominatore, o si divide ^{o si divide} il risultato ottenuto e una frazione equivalente.

Due frazioni si dicono equivalenti quando moltiplicando o moltiplicando il denominatore e il numeratore per uno stesso numero danno un'altra frazione. Ad esempio: $\frac{18}{7} \rightarrow \frac{6}{7}$
o $\frac{36}{9} \rightarrow \frac{4}{1}$

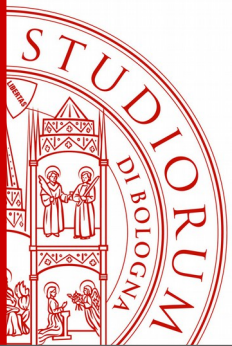
4) PROBLEMA 1

$$1. f(x) = \frac{1-x}{1+x} \quad (x \in \mathbb{R}) \quad x \neq -1$$

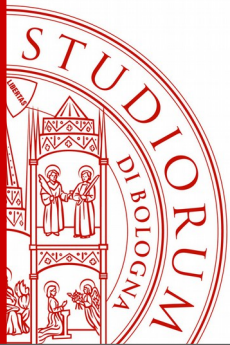
LA FUNZIONE DATA È RAZIONALE A COMPONENTI
INTERE.

5) Siccome la funzione resta intorno all'asse delle y è invertibile

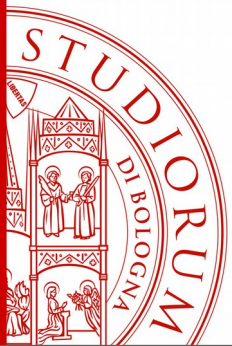
6) Se \overline{AB} è uguale a 1 allora quel valore assume $\frac{1}{2}$.



derivando n volte la funzione si eliminano
progressivamente tutte le x , riducendo la
funzione ad un numero composto
da n volte il numero di potenze (n) per il
coefficiente della x .



TRIANGOLI
 $\triangle PBC$ E $\triangle PBA$ SONO RETTANGOLI NEGLI ANGOLI $\hat{P}BC$ E $\hat{P}BA$ PERCHÉ SE PABV
XAMO UNA RETTA ~~IL~~ AL PIANO, TUTTI I PIANI FORMATI RADICALMENTE DA QUESTA
ETTO FORMANO CON IL PIANO DI PARTENZA ANGOLI RETTI. PER QUANTO RIGUARDA
L. TRIANGOLO $\triangle PCA$ È RETTANGOLO NELL'ANGOLO $\hat{P}AC$, ~~PERCHÉ~~ ~~PERCHÉ~~ ~~PERCHÉ~~
NATE LE RETTE ~~IL~~ AL PIANO IN UN PUNTO E ~~PERCHÉ~~ ^{TRACCIATE} DA QUEL PUNTO UNA
RETTA L AD UN SEGMENTO ~~IL~~ TUTTI I PIANI CHE SI VENGOLO A ROTAZIONE UGUANDO
GLI ESTREMI DEL SEGMENTO DELLA RETTA STESSA (NEL NOSTRO CASO P)

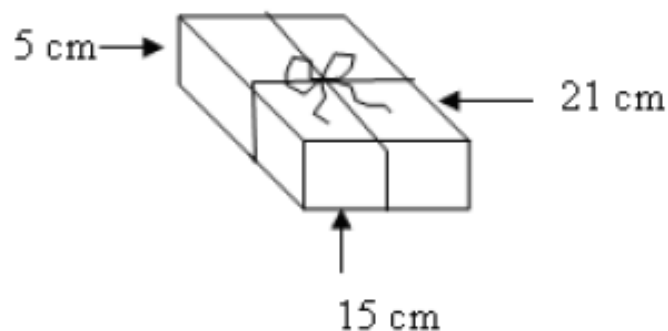


Se \overline{AB} è uguale a 1 allora quel valore assume
5.

Difficoltà nell'affrontare un testo discontinuo



17. **Alessandra acquista un libro all'ipermercato; a casa prepara un pacchetto simile a questo:**



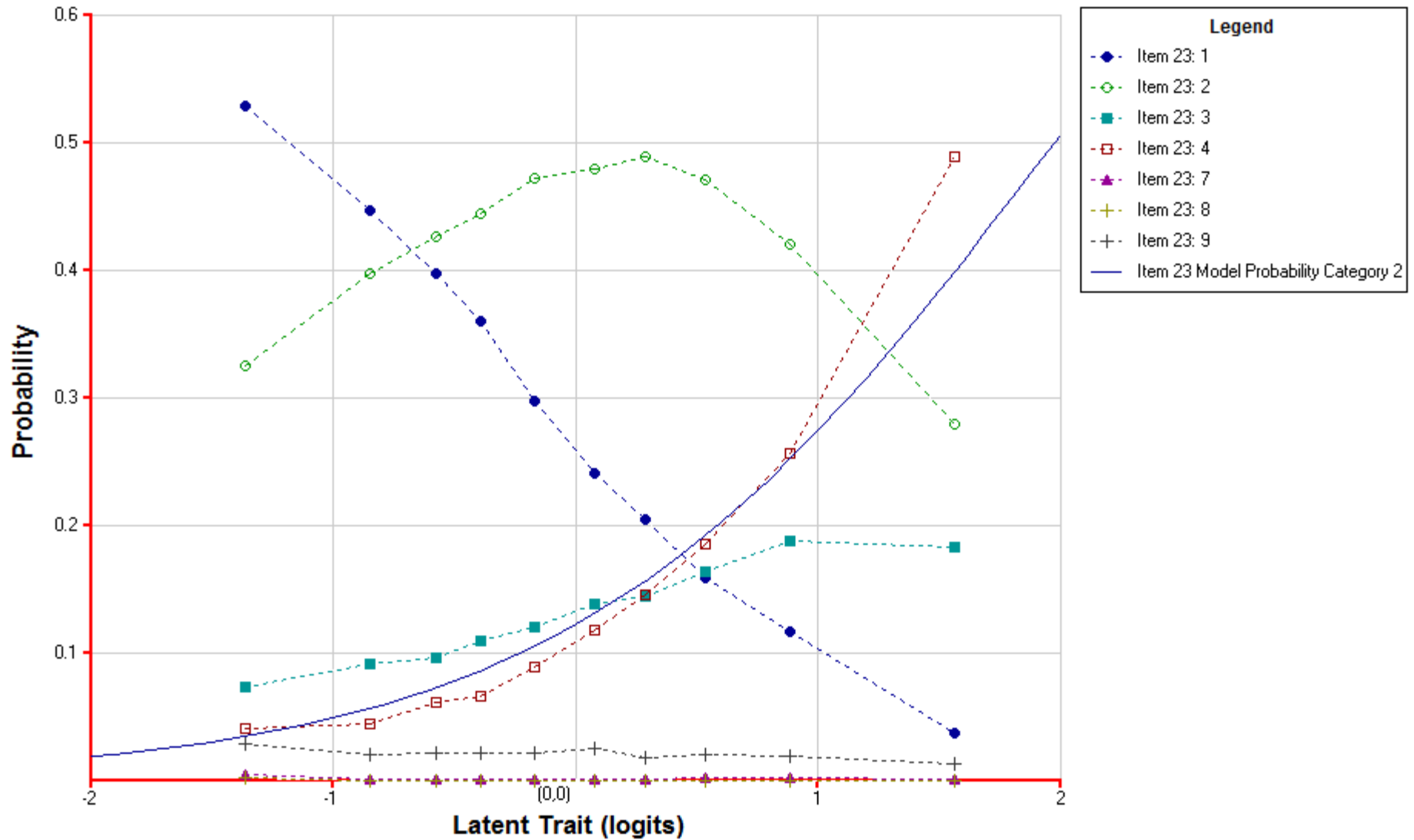
Quanti cm di nastro ha usato in tutto, sapendo che per fare il fiocco ne sono serviti 30 cm?

- A. 41.
- B. 71.
- C. 112.
- D. 122.

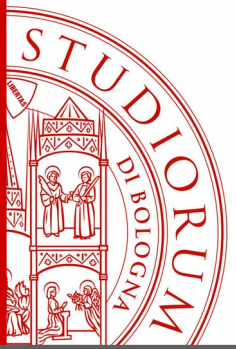
Characteristic Curve(s) By Category

Weighted MNSQ 0.95

item:23 (D17_Spazio e Figure)



Delta(s): 1.98



Risponde correttamente (122) solo il 14,7% dei bambini. Oltre il 40% risponde 71: il distrattore B era costruito in modo da "intercettare" le risposte dei bambini che sommavano tutti i dati del problema ($21+15+5+30$), senza cercare di "vedere" la situazione geometrica. Il 28,7% ha scelto il distrattore A, sommando quindi i dati della figura senza considerare il testo, in cui si diceva che per fare il fiocco erano occorsi 30 cm di spago.

L'analisi dei testi

Difficoltà linguistiche

- lessico specialistico
- lessico comune
- morfosintassi
- sintassi del periodo
- testualità
- grafica ed editing

Una definizione di “lingua speciale”

Una lingua speciale è una varietà **funzionale** di una lingua naturale e, dipendente dal settore di conoscenze o da una sfera di attività **specialistici**, utilizzata, nella sua **interezza**, da un gruppo di **parlanti** più ristretto della totalità dei parlanti la lingua di cui quella speciale è una varietà, per soddisfare i bisogni comunicativi (in primo luogo quelli **referenziali**) di quel settore specialistico.

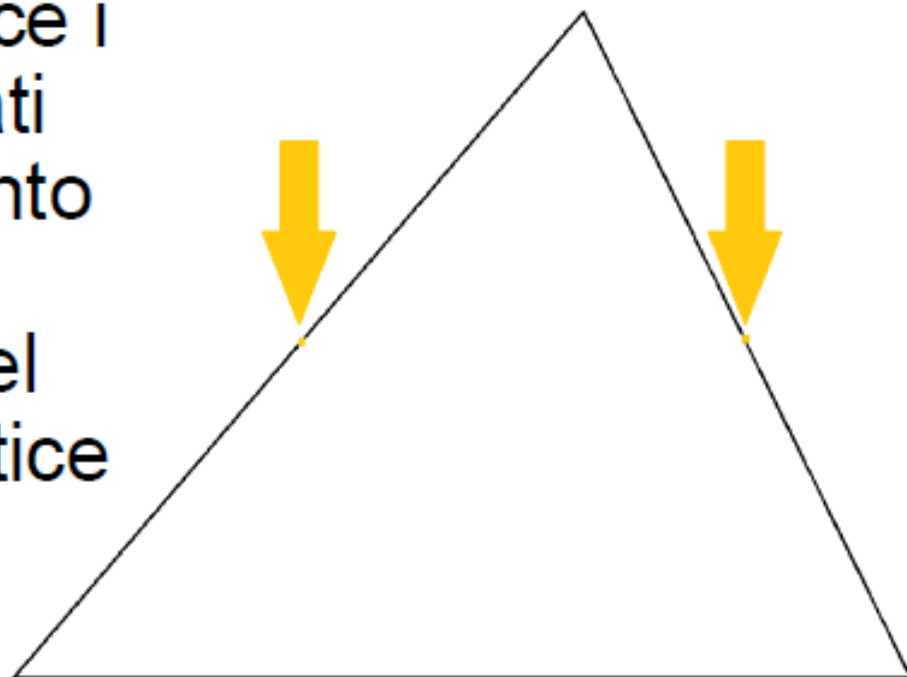
Fonte: M.A. Cortelazzo, *Lingue speciali. La dimensione verticale*, Padova, Unipress, 2007 (III ed.)

I sottocodici

La lingua speciale è costituita a livello **lessicale** da una serie di corrispondenze aggiuntive rispetto a quelle generali e comuni della lingua e a quello **morfosintattico** da un insieme di selezioni, ricorrenti con regolarità, all'interno dell'inventario di forme disponibili nella lingua

Un esempio

Dimostra che in un triangolo qualunque il segmento che unisce i punti medi di due lati biseca ogni segmento che congiunge un punto qualunque del terzo lato con il vertice opposto a questo.



Gli aspetti lessicali

Il lessico delle lingue speciali

- è composto di **segni aggiuntivi** rispetto a quelli che fanno parte della lingua comune;
- deve rispondere alle **esigenze di denominazione** del settore di attività cui si riferisce
- è caratterizzato da **rigore semantico**, cioè da rapporti biunivoci tra significato e significante

Le lingue speciali hanno **bisogni lessicali quantitativamente elevati**



Categorie del lessico

- **Tecnicismi specifici:** *bisecare, segmento*
- **Ridefinizioni di termini della lingua comune:** *punto, lato, vertice*
- **Tecnicismi collaterali** (prassismi, particolari espressioni stereotipiche, non necessarie, a rigore, alle esigenze della denotatività scientifica, ma preferite per la loro connotazione tecnica): *avente per*

Tecnicismi specifici

- **parole prese dalla lingua comune e ridefinite** in modo preciso e univoco (es.: *base, espressione, catastrofe, seno, potenza, raggio, asse, binario, affetto, moda, insieme, funzione*)

Tecnicismi specifici

- **formazioni dotte**, ottenute sfruttando i procedimenti di **suffissazione e/o di prefissazione** (es.: *addendo, dividendo, moltiplicando; antiperiodo, antisimmetria, disequazione; monomio, binomio, trinomio, polinomio, poligono; isometria; omotetia; equivalenza, equidistante, (insieme) equipotente*).



Tecnicismi specifici

- **prestiti**, con adattamenti o meno, dalle lingue straniere (es.: *array*) o ricorrendo a calchi (es.: funzione *iniettiva*, *suriettiva*, *biiettiva*) o costrutti ripresi da altre lingue. Rispetto ad altre lingue speciali (ad es. informatica), la matematica fa un uso minore di prestiti.

Tecnicismi specifici

- **sigle** (*M.C.D.*, *m.c.m.*) o **abbreviazioni**, di cui nel corso del tempo può anche essersi persa coscienza (es.: *coseno*, derivato da un'abbreviazione di *complementi sinus*; *arcotag*, *arcotg* o *arctg*, tutte abbreviazioni sinonimiche di *arcotangente*);
- **denominazioni analogiche**. Es.: *curva campanulare* (sinonimo di "curva di Gauss"), *curva del cane* o *di caccia*.
- **eponimi**, formati con o da nomi propri (es.: *piano cartesiano*, *teorema di Pitagora*).
- **nominalizzazioni** (es.: *proiezione*, *sottrazione*).

Gli aspetti sintattici

Aspetti sintattici da tenere sotto controllo in ambito didattico

- **Forme impersonali:** *Si è osservato che...*
- **Passivo:** *Il triangolo è stato costruito...*
- **Uso del congiuntivo:** *Sia AB una retta...*
- **Complessità sintattica**



Aspetti semantico-lessicali

**Paola regala le sue 72 figurine doppie a 6 amici distribuendole in parti uguali.
Quante figurine darà ad ogni amico?**

Il ruolo della componente narrativa e della sequenza di informazioni

Forma tipo di un problema nella prassi didattica

- **presentazione del/dei
soggetto/i protagonista/i**
- **sequenza cronologica di azioni
compiute dal/dai protagonista/i**
- **una o più frasi interrogative**

(cfr. G. Gabellini - F. Masi, *I problemi*, Roma, Carocci, 2005)

Un esperimento

FORMULAZIONE 1

La mamma dà a Roberto 5 settimane di paghetta in anticipo. Roberto va a comprarsi un videogioco nuovo che costa 42 euro e gli avanzano ancora 5,50 euro. Quanto prende Roberto come paghetta settimanale?

Archetti et al., *Influenza della sequenza di informazioni nella risoluzione di un problema*, in "L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate", 23°, 1, 2000, pp. 7-26

Un esperimento

FORMULAZIONE 2

Roberto compra un videogioco nuovo che costa 42 euro e gli avanzano ancora 5,50 euro. Per fare questo acquisto la mamma gli ha anticipato la paghetta di 5 settimane. Quanto prende Roberto come paghetta settimanale?

Un esperimento

FORMULAZIONE 3

Roberto compra un videogioco nuovo che costa 42 euro e chiede un prestito alla mamma che gli anticipa la paghetta di 5 settimane.

Dopo aver comprato il videogioco, a Roberto avanzano ancora 5,5 euro. Quanto prende Roberto come paghetta settimanale?

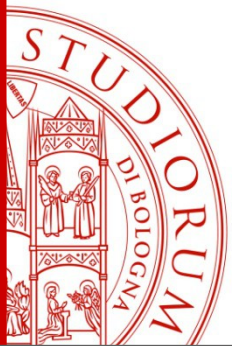
Piani di analisi

Lessico	uso del lessico specialistico
Morfosintassi	preferenza per alcune forme
Sintassi	preferenza per alcune strutture
Testualità	preferenza per alcuni generi
Semantica	costruzione del significato



Dietro ai testi senza parole

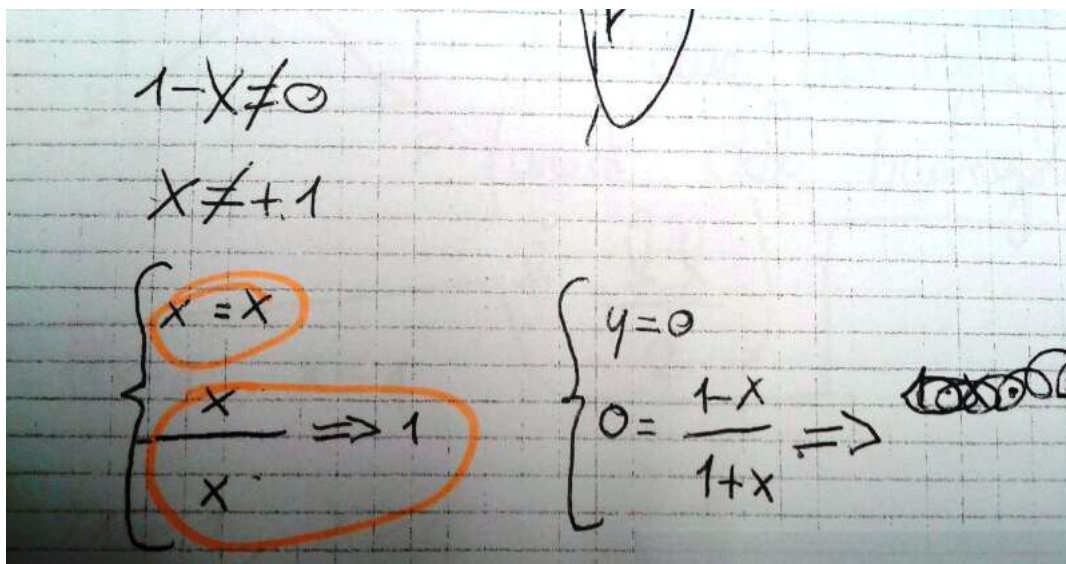
il ricorso frequente a scritture **inutilmente** formali e prive di parole può segnalare la presenza di incertezza e sfiducia dell'allievo nella propria argomentazione (ed essere quindi riferibile alla clausola del contratto didattico nota come *esigenza di giustificazione formale*).



CONTRATTO DIDATTICO

Clausola del Contratto Didattico: *Esigenza di Giustificazione Formale*

Nonostante nei casi presenti in letteratura la EGF si esplicita con il “ricorso ai calcoli” vedremo che in realtà questa si manifesta anche attraverso le scelte linguistiche.



Lo studente ricorre ad un elemento del linguaggio simbolico della matematica (che è un'espressione sincopata che sta al posto di "se ... allora")

NON SI SENTE AUTORIZZATO A SCRIVERE L'UGUALE, O SEMPLICEMENTE "È"

Problema 2

Compito di
Ordinamento
2010

ANALISI DEI PROTOCOLLI



Ministero dell'Istruzione dell'Università e della Ricerca

M557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

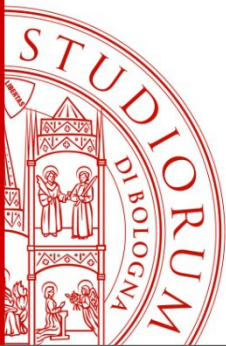
Indirizzo: SCIENTIFICO

Tema di: MATEMATICA

PROBLEMA 2

Nel piano, riferito a coordinate cartesiane Oxy , si consideri la funzione f definita da $f(x) = b^x$ ($b > 0$, $b \neq 1$).

1. Sia G_b il grafico di $f(x)$ relativo ad un assegnato valore di b . Si illustri come varia G_b al variare di b .



ANALISI DEI PROTOCOLLI

Problema 2

Compito di
Ordinamento
2010

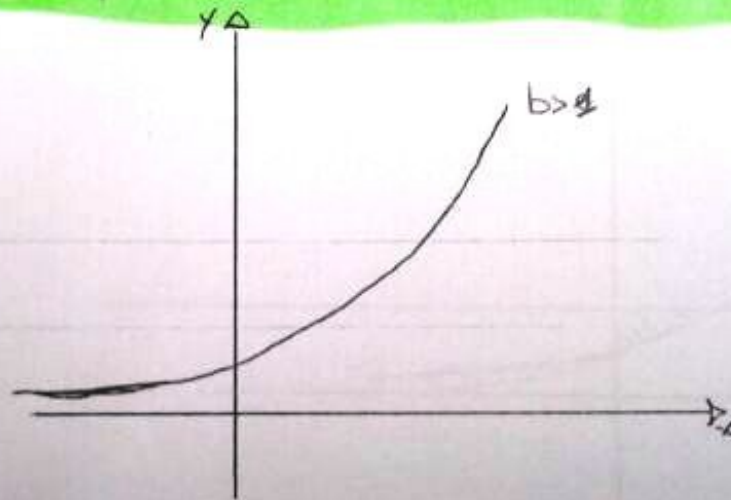
PROBLEMA N°2

$$f(x) = b^x \quad (b > 0; b \neq 1)$$

① Data

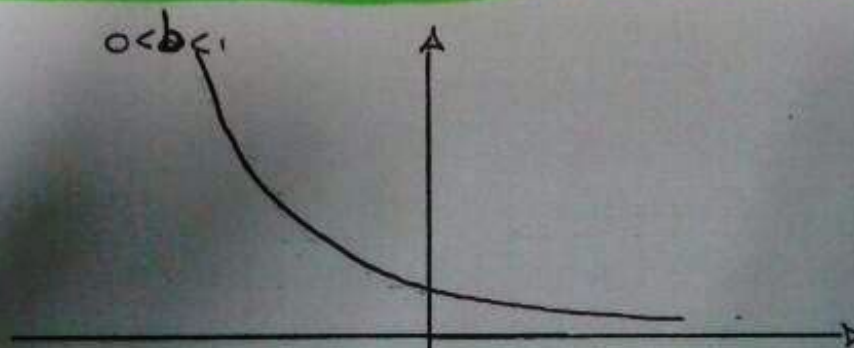
Quando la funzione esponenziale b^x essa si dirà crescente quando $b > 1$

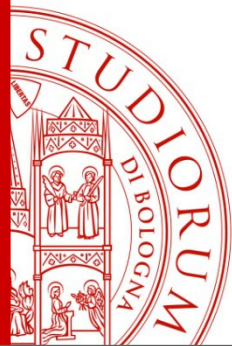
viene rappresentata



La funzione esponenziale b^x si dirà decrescente quando $0 < b < 1$

rappresentata





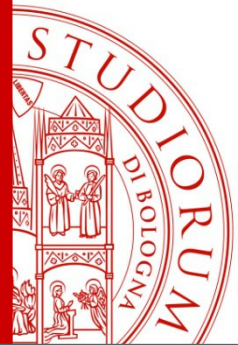
Problema 2

Compito di Ordinamento 2010

PROBLEMA n°2
 $f(x) = b^x$ ($b > 0$; $b \neq 1$)
① Data
Quando la funzione esponenziale b^x essa si dirà crescente quando $b > 1$
viene rappresentata
↑
, $b > 1$

Lo studente sa che la funzione esponenziale è crescente quando b è maggiore di 1 e la rappresenta correttamente.

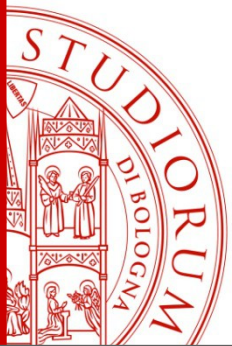
“Sente il bisogno” di fare ricorso alla struttura linguistica della definizione



L'ESIGENZA DI GIUSTIFICAZIONE FORMALE (EGF)

- L'EGF spesso è l'esigenza di fare *ricorso a una operazione* o, più generalmente, a delle procedure.
- In questo caso l'EGF si esplicita rispetto al *ricorso alla struttura linguistica* di un elemento caratteristico dell'organizzazione logico-formale della matematica: la definizione.

In questo caso, “si dirà” è scorretto. In matematica si dice crescente una funzione che ha una determinata proprietà. La funzione esponenziale, quando $b > 1$, ha quella proprietà, quindi è crescente.



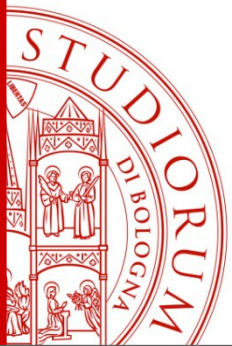
DIFFICOLTÀ LOGICO-ARGOMENTATIVA

L'utilizzo sbagliato del verbo spesso è indicatore una **difficoltà** di tipo **logico-argomentativo**.

Un elemento generico dell'insieme considerato appartiene al sottoinsieme degli elementi "crescenti" quando ha una certa proprietà.

Il nostro elemento particolare ha quella proprietà quindi fa parte del sottoinsieme.

Spesso, quando gli studenti utilizzano i verbi sbagliati, utilizzano in modo scorretto gli elementi di base del sillogismo.



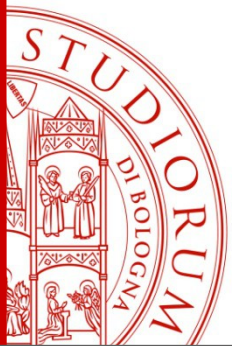
CONTRATTO DIDATTICO

Clausola del Contratto Didattico: *Esigenza di Giustificazione Formale*

«L'insegnante vuole che facciamo tutti i passaggi»

«In matematica si devono fare dei calcoli»

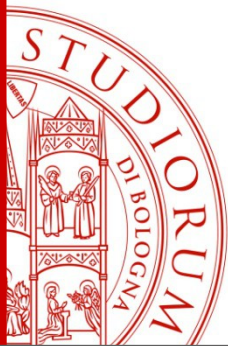
«Non può bastare così, in matematica si devono fare dei calcoli, la maestra se li aspetta di certo». A quel punto, il controllo critico crolla e... qualsiasi calcolo va bene. (D'Amore, 2007)



CONTRATTO DIDATTICO

Clausola del Contratto Didattico: *Esigenza di Giustificazione Formale*

Nonostante nei casi presenti in letteratura la EGF si esplicita con il “ricorso ai calcoli”, in realtà questa si manifesta anche attraverso le scelte linguistiche.



MATEMATICA : PAG 1

$$f(x) = \frac{1-x}{1+x}$$

$$D_f: 1+x \neq 0 \quad x \neq -1 \quad D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -1\}$$

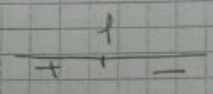
$$\begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases} \quad \begin{cases} y=0 \\ 1-x=0 \end{cases} \quad \begin{cases} y=0 \\ 1-x=+1 \end{cases}$$

$S(0,1)$ $R(1,0)$

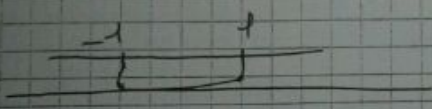
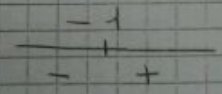
$$y > 0$$

$$\frac{1-x}{1+x} > 0$$

$$\begin{aligned} 1-x &> 0 \\ -x &> -1 \\ x &< 1 \end{aligned}$$

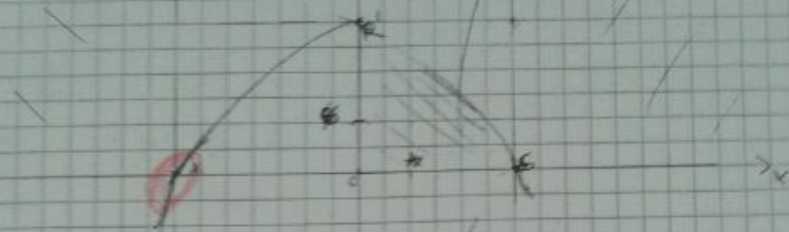
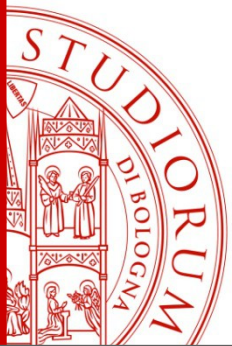


$$\begin{aligned} 1+x &> 0 \\ x &> -1 \end{aligned}$$



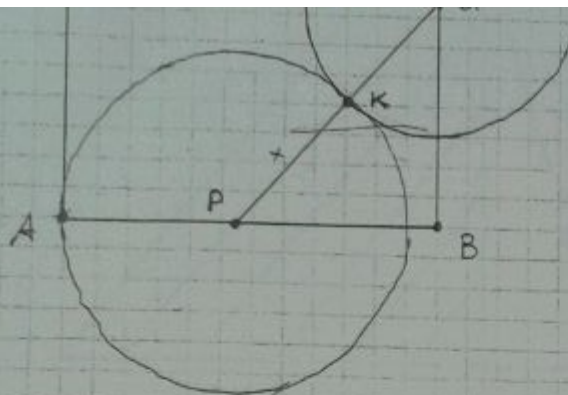
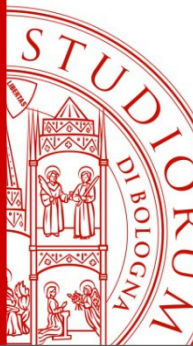
$$-1 < x < 1$$

Prova di matematica
Codice scuola FIPS01801L
Studente: 0298
Commissione: FIPS01001
Pag. n. 1



Prova di matematica
Codice scuola FIPS01801L
Studente: 0298
Commissione: FIPS01001
Pag. n. 2

la $f(x)$ è invertibile se



Prova di matematica

Codice scuola RMPS060005

Studente: 0240

Commissione: RMPS00031

Pag. n. 1

Dati

$$AB = l = 1$$

$$AP = x$$

$$CA = f(x)$$

$$f(x) = \frac{1-x}{1+x}$$

$$PA = PK + KA \quad \rightarrow \quad PA = x + \frac{1-x}{1+x}$$

$$PA = \frac{x^2+1}{x+1}$$

$$CA = PA - x$$

$$BA = 1 - CA$$

$$PB = 1 - x$$

$$PA^2 = BA^2 + PB^2 \quad (\text{Pitagora})$$

Svolgimento:

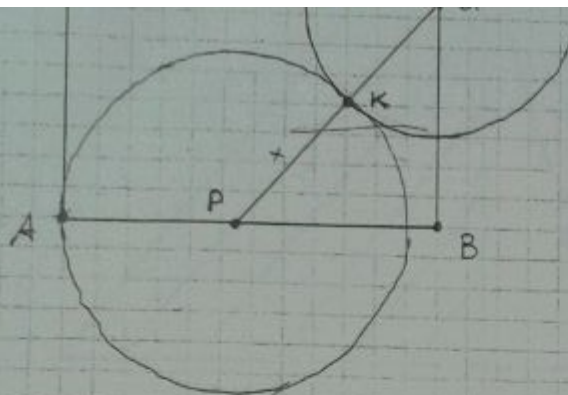
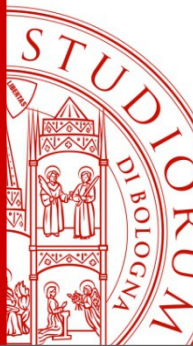
$$PA^2 = BA^2 + PB^2$$

$$\left(\frac{x^2+1}{x+1}\right)^2 = \frac{4x^2}{x^2+2x+1} + x^2 - 2x + 1$$

$$\frac{x^4+2x^2+1}{x^2+2x+1} = \frac{4x^2 + (x^2-2x+1)(x^2+2x+1)}{x^2+2x+1}$$

$$\parallel \quad = \frac{4x^2 + x^4 + 2x^3 + x^2 - 2x^3 - 4x^2 + x^2 + 2x + 1}{x^2+2x+1}$$

$$\frac{x^4+2x^2+1}{x^2+2x+1} = \frac{x^4+2x^2+1}{x^2+2x+1} \quad \checkmark$$



Prova di matematica

Codice scuola RMPS060005

Studente: 0240

Commissione: RMPS00031

Pag. n. 1

Dati

$$AB = l = 1$$

$$AP = x$$

$$CA = f(x)$$

$$f(x) = \frac{1-x}{1+x}$$

$$PA = PK + KA \quad \rightarrow \quad PA = x + \frac{1-x}{1+x}$$

$$PA = \frac{x^2+1}{x+1}$$

$$CA = PA - x$$

$$BA = 1 - CA$$

$$PB = 1 - x$$

$$PA^2 = BA^2 + PB^2 \quad (\text{Pitagora})$$

Svolgimento:

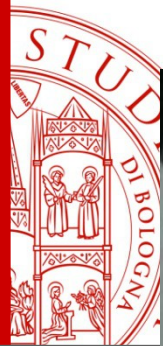
$$PA^2 = BA^2 + PB^2$$

$$\left(\frac{x^2+1}{x+1}\right)^2 = \frac{4x^2}{x^2+2x+1} + x^2 - 2x + 1$$

$$\frac{x^4+2x^2+1}{x^2+2x+1} = \frac{4x^2 + (x^2-2x+1)(x^2+2x+1)}{x^2+2x+1}$$

$$\parallel \quad = \frac{4x^2 + x^4 + 2x^3 + x^2 - 2x^3 - 4x^2 + x^2 + 2x + 1}{x^2+2x+1}$$

$$\frac{x^4+2x^2+1}{x^2+2x+1} = \frac{x^4+2x^2+1}{x^2+2x+1} \quad \checkmark$$

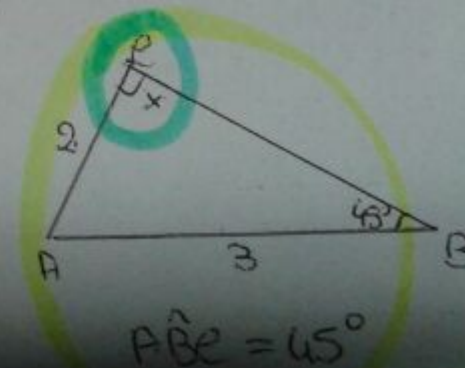


9) Non esiste se $\hat{A}B\hat{E}$ è uguale a 45° e $\hat{A}B\hat{E}$ è rettangolo esso avrebbe il terzo angolo $180^\circ - (45^\circ + 90^\circ) = 45^\circ$.

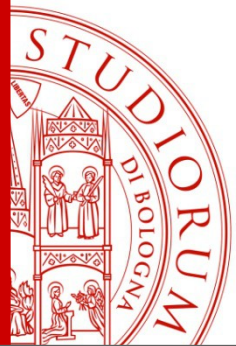
Il triangolo avente, quindi, due angoli alla base congruenti, sarebbe isoscele. Usando Pitagora si avrebbe per cui che le radici $2^2 + 2^2 = 3$, il che è errato. I due triangoli saranno rettangoli del tipo 30-60-90. Il lato \overline{BE} sarà per il primo $\sqrt{5}$, per il secondo $\sqrt{13}$.

Il triangolo ABE con $AB = 3$
 $AE = 2$

$$\frac{2}{\sin 45^\circ} = \frac{3}{\sin x}$$



Il Presidente
della Commissione



Problema 1

Compito di
Ordinamento
2010

ANALISI DEI PROTOCOLLI

Espressione matematica completamente priva di senso

$y = 2x - 1$

$R(0; \phi)$
 $S(1; 0)$

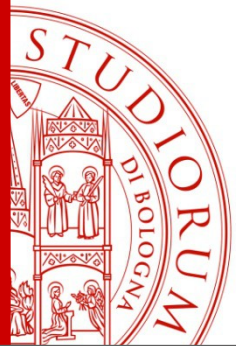
Prova di matematica

Codice scuola NAPS02701G
Studente: 1129
Commissione: NAPS00131
Pag. n. 4

$\lim_{x \rightarrow 0} = \frac{0}{4} \cdot (x - 1)$

$y = 0$ la tangente equivale alla retta delle ascisse

La tangente è la retta delle ascisse, non ha alcun senso utilizzare la parola “**equivale**”.



Problema 1

Compito di
Ordinamento
2010

ANALISI DEI PROTOCOLLI

$y = 2x - 1$

$R(0; \emptyset)$
 $S(1; 0)$

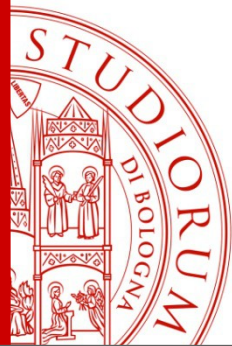
Prova di matematica

Codice scuola NAPS02701G
Studente: 1129
Commissione: NAPS00131
Pag. n. 4

$\lim_{x \rightarrow 0} = \frac{0}{4} \cdot (x - 1)$

$y = 0$ la ~~retta~~ tangente equivale alla retta delle asse

In matematica, si utilizza la parola equivale quando si hanno due oggetti diversi che dal punto di vista di una certa proprietà si comportano nello stesso modo; formalmente questo verbo in matematica è utilizzato quando si parla di *relazioni di equivalenza*.



Problema 1

Compito di
Ordinamento
2010

**ESIGENZA DI GIUSTIFICAZIONE
FORMALE**

The image shows a student's handwritten work on a math exam paper. The paper is on grid paper and contains the following text:

$y = 2x - 1$

$R(0; \emptyset)$
 $S(1; 0)$

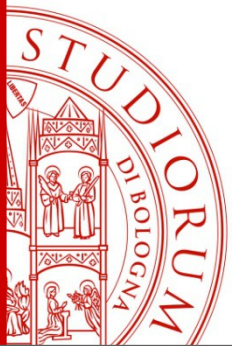
Prova di matematica

Codice scuola NAPS02701G
Studente: 1129
Commissione: NAPS00131
Pag. n. 4

$\lim_{x \rightarrow 0} = \frac{0}{4} \cdot (x - 1)$

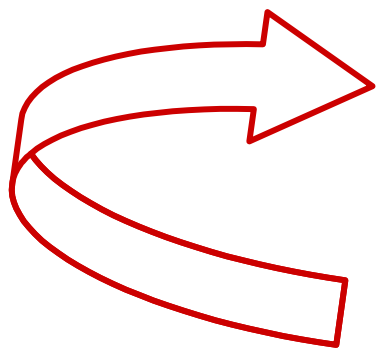
$y = 0$ la ~~retta~~ tangente equivale alla retta delle asse

Anche qui esigenza di giustificare il proprio operato attraverso il ricorso ad elementi, in questo caso di tipo linguistico, caratteristici del discorso matematico.

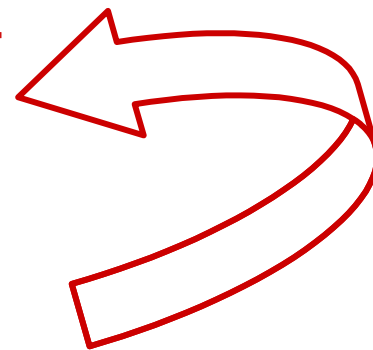


CONCLUSIONI

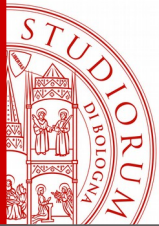
Le competenze trasversali (testuali, grammaticali e lessicali) interagiscono in profondità con l'attività matematica.



**PRODUZIONE
SCRITTA**



**LETTURA
DEL TESTO**



Giorgio Bolondi
Dipartimento di Matematica
giorgio.bolondi@unibo.it

www.unibo.it