R. Gualdo
Università della Tuscia

La scienza morbida

Narrazione e descrizione nell'insegnamento della matematica

Quella scientia è più utile della quale il suo frutto è più comunicabile (Leonardo)

Scienze dure e scienze morbide: qual è la distinzione?

"[…] mi formai allora la convinzione che esistesse **un'unica scienza**, che può essere detta **scienza esatta**, all'interno della quale la distinzione tra fisica e matematica è mal definita e viene spesso attraversata" (Russo 2008, p. 32)

"[…] quanto più un campo del sapere è fondato su assiomi, è fatto di teoremi fondati su tali assiomi, consente di prevedere per vie analitiche, di calcolo, se sono vere o false certe asserzioni circa le materie di cui il campo si occupa, tanto più quel campo è internamente riducibile. E quanto maggiore è la sua **riducibilità interna**, tanto più difficile è rendere le sue frasi in un campo di sapere meno riducibile" (De Mauro 1984)

Da Leonardo a Enrico (1)

Leonardo Fibonacci: *Liber abaci* (1202 e 1228); *Practica geometriae* (ca. 1220)

Paolo Gherardi: *Libro di ragioni* (1328)

Piero della Francesca: *Trattato d'abaco* (3° quarto del XV sec.)

Luca Pacioli: *Summa de arithmetica* (1494); *De divina proportione* (1509)

Niccolò Tartaglia: *Elementi* di Euclide (1543)

Modello assiomatico-deduttivo (Aristotele)

verbi di 4° persona: *abbiamo*, *chiamiamo*, *troviamo*, *vediamo*

imperativo (operativo)

futuro (riepilogativo)

progressione tematica costante

progressione tematica lineare

Da Leonardo a Enrico (2)

prestito adattato: ‘zero’ - ar. *sifr* > lat. ZEPHIRUM > it. *zevero*, *zero, nulla*

calco semantico: ‘incognita’ - ar. *ğizr*, *say* > lat. RADIX, RES > it. *radice*, *cosa*

risemantizzazione: *maschio* e *femmina*, *motore*, *mobile*

tecnificazione con determinante: *rota* ***dentata***, *madre* ***della vite***

derivazione: *governa****tore***, *servi****tore; contra****ppeso*, ***contra****llieva*

alterazione: *assicella*, *fusella*, *rotella*

metodi di calcolo iconici:

metodo della divisione “a galera” o “a battello” (Fibonacci);

metodo “a danda” (sec. XV)

Pacioli:

abbreviazioni - n° = ‘numero’, co = ‘cosa’, ce = ‘*censo,* l’incognita al quadrato’)

Simboli:

◇ = incognita

□ = incognita al quadrato

□ □ = incognita al cubo

Da Leonardo a Enrico (3)

tecnicismi geometrici propri: *area*, *corda*, *curva*, *inclinazione*, *parallelo*, *sezione conica*, *volume*

tecnicismi fisico-geometrici - tra astratto e concreto - nel lessico della cinematica: *angolo di direzione / di inclinazione*, *asse di moto / di rotazione*, *curva parabolica*, *punto fisso*, *traiettoria curvilinea*

tecnicismi forti (non nel VdB): *binomio*, *coseno*, *ellittico*, *ortogonale*

tecnicismi deboli (presenti nel VdB, ma usati in accezione tecnica):

forte: *base*, *fuoco*, *lavoro*, *momento*

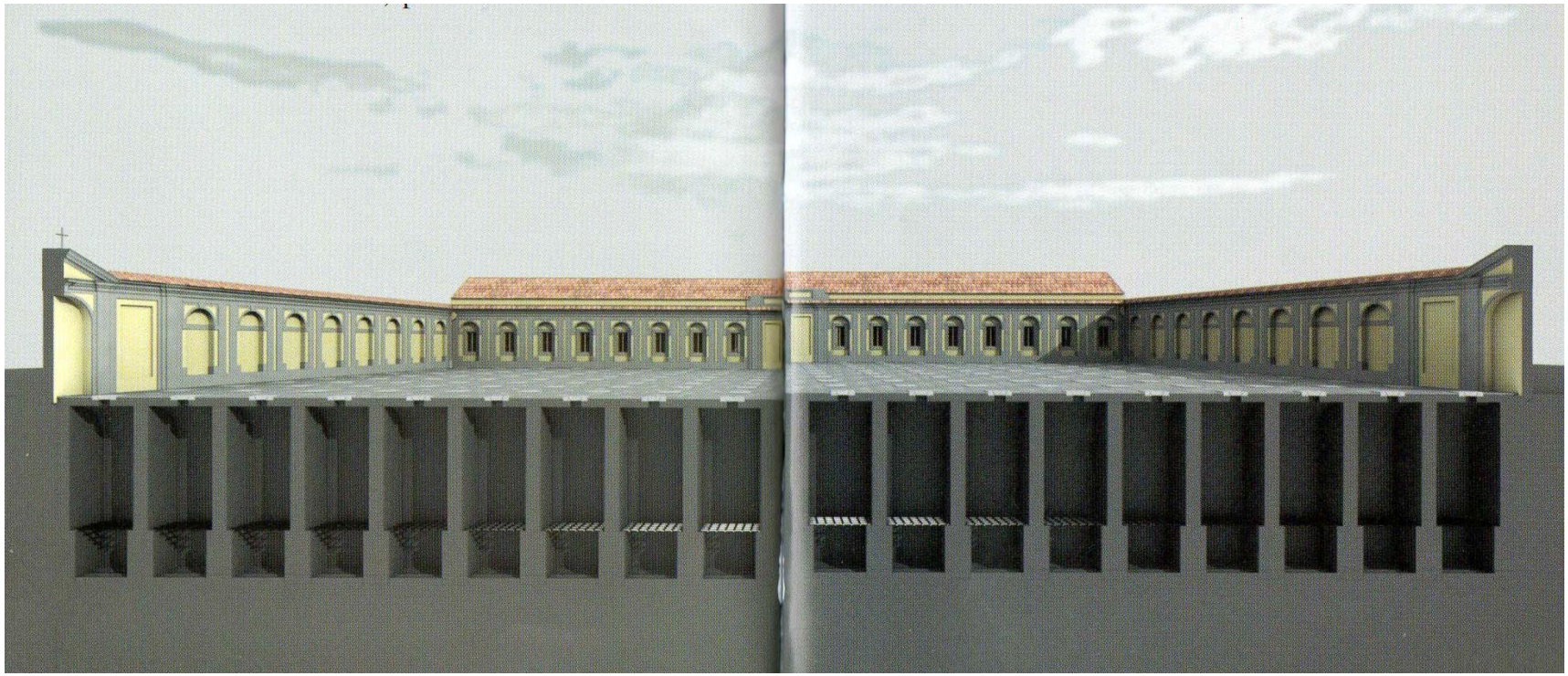
meno forte: *energia*, *forza*, *periodo*, *peso*

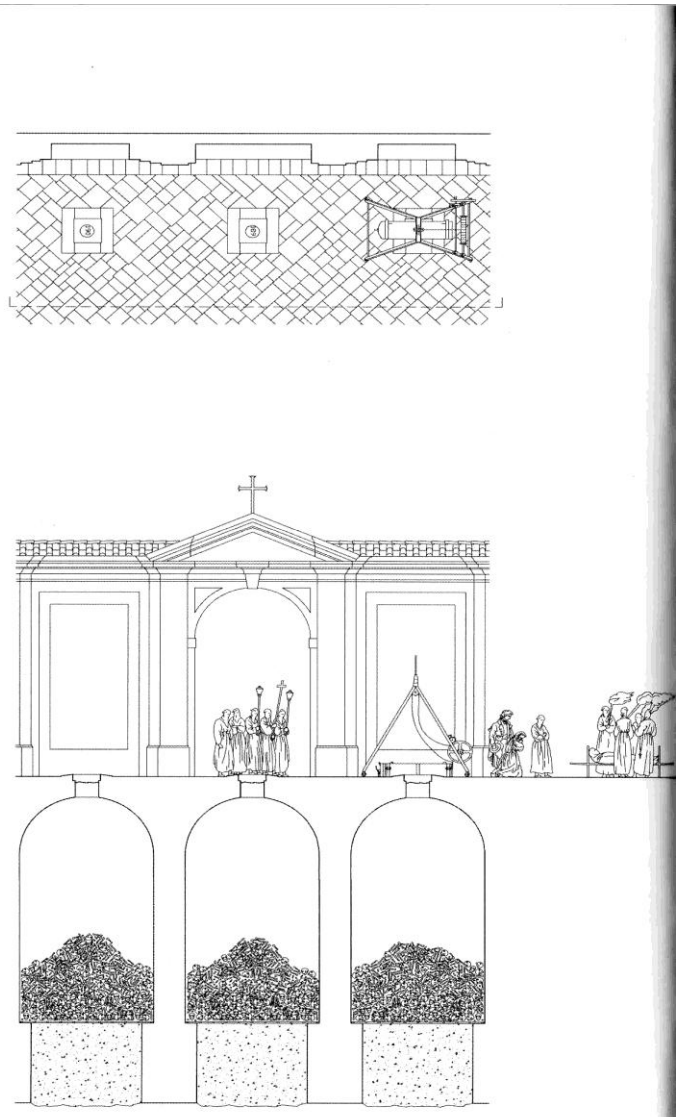
debole: *corpo*, *distanza*, *grado*, *legge*, *misura*

debolissimo (si tecnificano in polirematiche): **agitazione** *nucleare*, **buco** *nero*, *esperimento* **ideale**, *energia* **nobile,** *prodotto* **notevole**

Matematica e poesia: un dialogo difficile?

La corte in forma di quadrato sarà lastricata diagonalmente da conci rettangolari di pietra lavica grigia, e arredata da un solo elemento verticale al centro, un lampione in ghisa a tre fiamme collocato all'incrocio degli assi di simmetria su un basamento anch'esso di piperno. Le mura perimetrali avranno lunghezza di ottanta metri per lato Dalla tessitura diagonale della pavimentazione emergeranno appena, in corrispondenza degli incroci relativi all'immaginaria maglia ortogonale tracciata dalle linee partenti dal recinto di perimetrazione, emergeranno trecentosessanta pietre tombali a chiusura di altrettante bocche di fossa, ciascuna delle quali di forma quadrata, e di ottanta centimetri per lato, e numerata progressivamente a scalpello in cifre arabe, affiorando impercettibilmente al livello del calpestio. (Del Giudice 2006, pp. 184-185)





16

In totale si otterrà il numero di trecento sessantasei pietre tombali, ciascuna delle quali sormonterà una sottostante camera verticale a pianta quadra, larga quattro metri su ogni lato e profonda dodici, interrotta a metri dieci da una griglia metallica a mo' di filtro.

A beautiful mind: la grande bellezza della matematica

"la matematica è una poesia di idee" (Armand Borel)

"when you are out to describe the truth leave elegance to the taylor" (Albert Einstein)

La bellezza della matematica è comunicabile?

“… il lor parlar m’è duro”
Facile e difficile nella lingua dei matematici

1. il matematico “deve” parlare difficile
2. il matematico “deve” parlare preciso

ma *preciso* è necessariamente uguale a difficile?

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = l$$

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \ell \overset{def.}{\Leftrightarrow} \forall \varepsilon > 0 \; \exists \delta > 0 \; / \; \left(|x - x_0| < \delta \wedge x \neq x_0 \Rightarrow |f(x) - \ell| < \varepsilon \right)$$

Sia x con zero un punto di accumulazione per il dominio di una funzione reale di variabile reale *f*: il limite per *x* tendente a *x* con zero di *f(x)* è uguale a *l* se e solo se (per definizione) per ogni ε maggiore di zero esiste (almeno) un *δ* maggiore di zero tale che se il valore assoluto di *x meno x con zero* è minore di δ e *x* è diverso da *x con zero*, allora il valore assoluto di *f* di *x* meno *l* è minore di ε. (Favilli 2014, p. 4)

Calcolare il trattamento di quiescenza

Il trattamento di quiescenza è calcolato in base allo stipendio spettante, nella progressione economica prevista per il regime a tempo definito, aumentato della differenza tra lo stipendio previsto per il regime a tempo pieno e quello corrispondente al regime a tempo definito, moltiplicata per il numero degli anni prestati dal professore con regime a tempo pieno e divisa per il numero degli anni di effettivo servizio prestati dallo stesso nella carriera di appartenenza successivamente all'applicazione dell'articolo 11 del presente decreto.

a = stipendio previsto per il regime a tempo definito
b = stipendio previsto per il regime a tempo pieno
m = numero degli anni di servizio a tempo pieno
p = numero degli anni di effettivo servizio

$$a + \frac{(b-a) \times m}{p}$$

Ora tutti gli interessati potranno calcolare il loro «trattamento di quiescenza». Non è che la formula dica qualche cosa che il testo in lingua non diceva: l'informazione è la stessa, ma il linguaggio matematico è più sintetico, evidente e universale di quello verbale.

La durezza della matematica

1) **alto grado di riducibilità interna** (spesso l'eleganza è considerata sinonimo di *riduzione*, di *concisione*)
2) **alto grado di viscosità delle informazioni**: la conoscenza progredisce per graduale accumulo di informazioni, tra loro a tal punto strettamente correlate che qualsiasi interruzione di questa continuità impedisce di procedere nel ragionamento

Sorvegliato speciale: parlato e scritto nella didattica e nella divulgazione della matematica

G. Battimelli: un professore, a lezione, non parla "matematichese"

F. Favilli: tre tipologie di linguaggio:

1. linguaggio ordinario e tecnico-**informale**
2. linguaggio **tecnico-semiformale**, accompagnato da linguaggio **gestuale** e / o da rappresentazioni grafiche
3. linguaggio formale e simbolico per **astrarre** e **generalizzare**

Insegnante, allievo e e libro di testo

Dall'allievo l'insegnante si aspetta l'uso corretto del linguaggio 3 (tecnico-formale)

pensa l'allievo:

l'insegnante usa questo linguaggio, vuole che (in qualche modo) io dica le cose così come le ha dette … e io lo faccio anche se non capisco del tutto il messaggio che sto trasmettendo (Favilli)

l'allievo inoltre deve confrontarsi col libro di testo

[…] accademico, tendente a soddisfare più le aspettative dell'insegnante (che per questo lo adotta) che le esigenze del lettore che apprende (Favilli 2014, p. 3)

E la divulgazione?

"qualunque sia il mezzo, il formato, lo scopo e il contenuto, comunicare la scienza al pubblico vuol dire saperla **trasformare in una storia**" (G. Carrada)

Applicazione dei principi della morfologia della fiaba di Propp alla divulgazione della matematica

Ciascun capitolo è suddiviso in cinque parti. Il prologo rievoca qualche **episodio drammatico**, inerente alla vita del personaggio principale, che contribuisce a determinare il tono di quanto seguirà. Vi sono poi tre sezioni da me chiamate "Veni", "Vidi", "Vici" (Guillen 2010, p. 12)

Il dialogo

"mirare alla chiarezza, e parlare agli uomini di naturale buon senso, anziché alla casta dottorale"

Il saggiatore (1623):
principi dell'aristotelismo dominante (in latino);
idee di Galileo (in italiano)

Dialogo dei massimi sistemi (1632):
comunicazione scientifica adeguata a un'esposizione graduata, chiara, dialettica e **piacevolmente conversevole** dei fenomeni discussi, fiduciosa non solo delle potenzialità del ragionamento, ma in particolare del ragionamento scientifico in italiano

Dalla cattedra alla tv, dal festival alla Rete

Il divulgatore scientifico deve stimolare la curiosità, accendere una scintilla nello spettatore (Piero Angela)

La lingua della divulgazione trasmessa è piuttosto conservativa, a causa del persistere di "schemi enunciativi usurati" nella lingua della scienza (Materia 2011, p. 153)

Siti di informazione scientifica (es. *Scienza per tutti* ISFN); il livello di maturazione dei linguaggi multimediali, così come l'accessibilità e l'usabilità dei siti, sono ancora insufficienti (Armeni 2006, p. 162 e sgg.)

Ancora sulla didattica: il problema di matematica e la lingua naturale

Alcune tappe e due classici

Guerriero 1988
Lumbelli 1994
Lingua italiana e scienze 2003
Dardano 2008
Sbaragli 2011

Altieri Biagi 1998
D'Amore 1999

Il problema di matematica nella scuola primaria

1. comprensione profonda del sistema decimale e posizionale
2. comprensione del significato di: *operazione aritmetica* , moltiplicazione, operazione inversa di una operazione
3. accettazione che uno stesso problema si possa risolvere utilizzando varie strategie
4. accettazione che una stessa operazione possa risolvere vari tipi di problemi
5. sforzo per immedesimarsi in un problema e per cercare una soluzione impegnandosi a utilizzare strumenti, risorse, competenze possedute

Il punto di vista del linguista nel 1988

1. nella prassi scolastica, la parola “problema” è usata come equivalente a “procedura di calcolo”
2. alcuni vocaboli tipici del problema, (es. resto, restare) sono funzionalizzati come indicatori di un calcolo
3. l’alunno padroneggia la tecnica di calcolo, è in grado di definire la struttura sintattica del problema, ma non riesce a stabilire relazioni tra i componenti del testo, cioè non riconosce il testo in quanto tale

(cfr. Ferreri 1988, p. 321 leggermente adattato)

Problemi subdoli – problema n. 1

Un contadino possiede un campo la cui area misura m^2 1.000. Lo coltiva a frumento e in un anno produce 2 quintali di grano. Il contadino sarà soddisfatto del raccolto se rivende il grano prodotto a L. 1.000.000?.

soluzione:

1.000 x 2 = 2.000

1.000.000 – 2.000 = 998.000

il contadino è soddisfatto

Problemi subdoli – problema n. 2

Una torta costa L. 10.000; un biglietto per lo stadio costa L. 5.000. Quanto costa un biglietto per il cinema?

soluzioni:

a) 10.000 – 5.000 = 5.000
il biglietto per il cinema costa L. 5.000

b) 10.000 x 5.000 = 50.000.000**?**

Problemi subdoli – problema n. 3

Quanti soldi avevi in tasca se hai speso L. 2.800 in giornaletti, L. 500 al bar, L. 800 in figurine e ti restano L. 300?

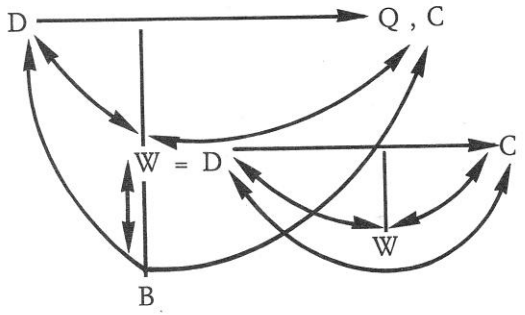
soluzione:

2.800 – 500 – 800 - 300 = 1.200

Un problema non più subdolo e la sua soluzione linguistica - problema n. 4

Un ortolano ha venduto 32 cestini di fragole che pesano complessivamente kg. 8,68. Se ogni cestino ha una tara di gr. 15, quanti chilogrammi di fragole ha venduto?

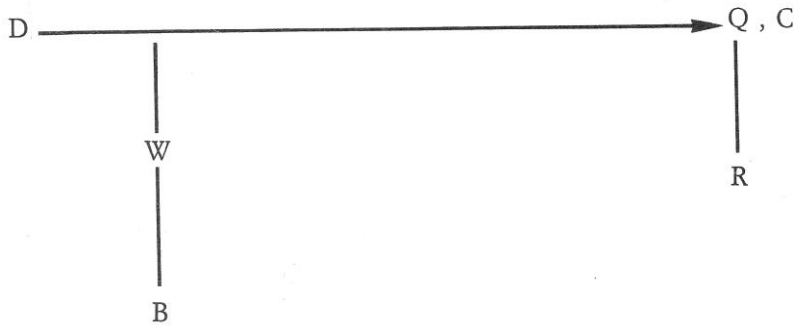
Sviluppata la sub-argomentazione che porta alla individuazione della conclusione si può procedere al calcolo delle operazioni, individuando il dato mancante.



f) esplicitare le argomentazioni che ci consentono di arrivare allo stato meta.

A questo stadio la nostra argomentazione ha a disposizione tutti i dati

(32; kg 8,48; 15 × 32)



Conclusioni

"[…] non è possibile costruire, a partire da una data lingua, con certi difetti e limitazioni, un'altra lingua, priva di tali difetti, nella quale si possa poi ritradurre la lingua di partenza: le lingue logiche e artificiali non possono essere purificate dal loro **peccato originale**, di essere state concepite in una lingua naturale". (Giulio C. Lepschy)

[…] la saldatura tra l'aspetto logico-comunicativo della lingua naturale e i linguaggi della matematica (testuale, grafico, simbolico, gestuale) può essere uno strumento di crescita delle capacità di comprensione di un testo di matematica (Favilli 2014, p. 5)

Processi e modelli: un percorso (1)

a) indagare sui **processi cognitivi logico-testuali e semantici della lingua naturale** e su quelli del discorso matematico: controllare la gerarchia delle informazioni e comprenderne i legami logico-semantici

b) aver in mente un **modello di analisi** del testo di matematica che evidenzi la correlazione tra la logica della lingua e la logica matematica, e la connessione tra l'insieme delle procedure e delle operazioni cognitive della lingua e le procedure e le operazioni cognitive della matematica

Processi e modelli: un percorso (2)

La geometria euclidea ha svolto una funzione essenziale nell'insegnamento scientifico per il suo uso del **metodo dimostrativo**, cioè perché consiste in "teoremi", ma anche e soprattutto per l'evidenza della sua natura di **"modello"** di situazioni concrete facilmente rappresentabili. [....] Studiando la geometria euclidea ci si abitua quindi [...] a usare "enti teorici", analizzabili con rigore, per descrivere utilmente oggetti concreti, senza confondere gli uni con gli altri. (Russo 1998, p. 27)

Pippo Brunelleschi e i “calicioni”

E quando con terra molle e quando con ciera, quando con legnami [mostrava loro il modo], e in vero lo serviva molto quelle rape grandi, che vengono la vernata in mercato, che si chiamano *calicioni*, a fare e **modegli** piccoli [della cupola] ed a mostrare loro.

